

ALGÈBRE DE BOOLE

PAR

J. KUNTZMANN

Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble

DUNOD

PARIS

1965

AVANT-PROPOS

L'algèbre de Boole est un chapitre des mathématiques dont l'histoire est pleine de péripéties. Introduite par un logicien il y a une centaine d'années, elle a été plus ou moins oubliée ensuite. Les algébristes qui ont obtenu tant de résultats brillants depuis le début du siècle ne lui ont jamais accordé beaucoup d'attention.

L'apparition des relais électromécaniques, puis des machines à calculer a fait de l'algèbre de Boole un instrument de tout premier ordre dans ces domaines. Depuis, la recherche opérationnelle s'en est également servie. Les médecins, les agriculteurs, les philosophes semblent vouloir en faire un grand usage et réclament qu'on les initie à son emploi. Il n'est pas exagéré de dire que l'algèbre de Boole peut rivaliser en simplicité, en élégance et en utilité avec la théorie des nombres rationnels. Ces deux théories sont d'ailleurs aux antipodes l'une de l'autre. La seconde doit ses traits dominants à la réversibilité aussi parfaite que possible de ses opérateurs. La première est un modèle presque parfait d'irréversibilité mais développe, cependant des théories par certains côtés plus simples que celles de l'algèbre des nombres.

En ce qui nous concerne, nous avons été amené à travailler dans ce domaine pour venir en aide aux constructeurs de machines à calculer.

Nous l'avons fait avec un esprit de mathématicien, c'est-à-dire avec le désir de mettre en évidence les propriétés fondamentales et non pas seulement de donner des procédés de réalisation ou d'optimisation. Il faut attendre pour cueillir de tels fruits qu'ils soient mûrs, c'est-à-dire que la réflexion désintéressée ait eu le temps de dégager les bonnes notions et les vraies structures. Il est clair, à voir la facilité avec laquelle les théorèmes se laissent cueillir que le domaine a rarement été parcouru par des mathématiciens. Nous avons cherché par la même occasion à rapprocher les dénominations de l'algèbre de Boole de celles utilisées dans les autres chapitres des mathématiques.

Par contre nous avons évité très soigneusement de nous lancer dans des généralisations faciles mais qui risqueraient de faire perdre de vue l'objectif final.

De même nous n'avons pas cherché à faire une encyclopédie et si nous n'avons pas repris certains sujets, c'est que nous n'avions rien à ajouter à leur état actuel.

L'objectif final de ce travail est la synthèse des fonctions booléennes (éventuellement incomplètes) au moyen d'opérateurs élémentaires donnés (mais pouvant être assez variés et surabondants).

Plus exactement nous avons réuni les matériaux qui nous semblaient nécessaires pour l'aborder efficacement et lancé quelques tentatives dont les résultats nous semblent encourageants. Il aurait été possible d'attendre quelques années et de présenter le résultat final de nos efforts. Nous avons pensé qu'il était plus utile de mettre dès maintenant nos instruments à la disposition de tous.

Cet ouvrage est un travail collectif de l'équipe d'algèbre logique de Grenoble.

Seule une équipe permet de faire rapidement le tour d'un sujet et d'y mener des recherches coordonnées sans être constamment dépassé par des publications extérieures. L'aide de cette équipe m'a également été très précieuse pour la mise au point du texte et la correction des épreuves.

Il est juste enfin d'adresser nos remerciements aux constructeurs de machines à calculer électroniques et aux organismes officiels (notamment la Délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique et la Direction des Recherches et Moyens d'Essais) dont le concours financier a permis la constitution de cette équipe.